

# A

## 2022 年度入学者選抜学力検定問題

2022 年 2 月 1 日 12:30~14:30

学 部	試験科目	ページ	必須・選択の別と配点
工 学 部	工学部数学(必須)	1	必須(100点)
	物 理	4	〈機械知能工学科・電気電子工学科・環境建設工学科〉 「物理」と「化学」から1科目選択(100点)
	化 学	14	
	工学部数学(選択)	23	〈情報基盤工学科〉 左の3科目から1科目選択(100点)
文 学 部 教 養 学 部	政 治 ・ 経 済	25	} どれか1科目のみ 選択できる
	日 本 史	34	
	世 界 史	44	
	地 理	52	
	数 学	60	} どちらか1科目のみ 選択できる
	物 理	4	
	化 学	14	
	国 語	77(裏から)	
経 済 学 部 経 営 学 部 法 学 部	政 治 ・ 経 済	25	} どれか1科目のみ 選択できる
	日 本 史	34	
	世 界 史	44	
	地 理	52	
	数 学	60	} どちらか1科目のみ 選択できる
	簿 記 ・ 会 計	62	
	国 語	77(裏から)	

※受験科目に不足がある場合や、志望学科の対象外科目を受験した場合は不合格となります。

**注 意** 試験開始後、必ず次の手順に従って解答を始めること。

1. 問題冊子と解答用紙を点検する。(※問題冊子は77ページである。乱丁・落丁をチェック)

2. 選択解答用紙すべてに受験学科・受験番号を記入する。マークシート解答用紙に受験番号を記入しマークする。

文・経済・経営・法・教養学部

工学部

3. 選択する2科目を決める。

(※問題を見てから決めてもよい)

受験科目確認表(「国語」用マークシートの上にある)に選択した2科目をマークする。

※教養学部情報科学科で「物理」「化学」を解答する場合は、「理科」用マークシートにも科目名を記入しマークする。

3. 選択する1科目を決める。

(※問題を見てから決めてもよい)

「理科」用マークシートに選択した科目名を記入しマークする。

※情報基盤工学科で「工学部数学(選択)」を解答する場合は、「理科」用マークシートは使用しない。

4. 使用しない解答用紙には、この問題冊子の裏表紙の図にしたがい×をつける。

※×をつけた解答用紙も、試験終了後、回収されるので注意すること。

5. 解答を始める。

## 工学部数学(必須)

- 1 必須問題
  - 2 必須問題
  - 3 選択問題
  - 4 選択問題
- } この中から1題を選択

### 注 意

- (1) 工学部4学科の受験者は、この問題を必ず選択しなければならない。
- (2) 本文は2ページである。  
白紙のページは計算用紙に使用してよい。
- (3) 解答はすべて解答用紙に書くこと。
- (4) 1, 2は必須問題である。これらは数学I, 数学A, 数学II, 数学Bの範囲の中から出題されている。
- (5) 3は数学II, 数学Bの範囲の中から、また4は数学IIIの範囲の中から出題されている。  
このうち1題を選択し、問題番号を必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。

## 必須問題

1 次の各問題の  に適する答えを、解答用紙の所定の欄に記入せよ。

- (i) 循環小数  $0.\dot{2}0\dot{2}\dot{2}$  を既約分数で表すと  (ア)  である。
- (ii) 方程式  $99 \times 0.1^x - 0.01^x + 100 = 0$  をみたす実数  $x$  の値は  (イ)  である。
- (iii) 点  $P(-2, -3)$  と点  $Q(4, 3)$  を結ぶ線分  $PQ$  を  $1:2$  に内分する点  $M$  を通り、線分  $PQ$  に直交する直線の方程式は  (ウ)  である。

2 円  $C: (x-3)^2 + y^2 = 4$  と直線  $\ell: y = ax + a + 2$  について、以下の問いに答えよ。ただし円  $C$  の中心を  $M$  とし、 $a$  の値によらず直線  $\ell$  が通る点を  $A$  とする。

- (i) 直線  $\ell$  が円  $C$  に接するときの  $a$  の値を求めよ。
- (ii) 線分  $AM$  の長さを求めよ。
- (iii) 点  $A$  から円  $C$  へ接線を 2 本引き、接点を  $x$  座標の大きい方から順に  $P, Q$  とする。このとき、 $\cos \angle PMQ$  の値を求めよ。

## 選 択 問 題

3 関数  $f(x) = x^2 - |x^2 - 2x|$  について以下の問いに答えよ。

- (i)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (ii) 点  $(0, -1)$  を通る直線  $y = mx - 1$  が  $y = f(x)$  と 3 個の共有点をもつための傾き  $m$  の範囲を求めよ。
- (iii)  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = 2x$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

4 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) について以下の問いに答えよ。

- (i)  $f'(x)$  を求め、 $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。ただし  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  を用いてよい。
- (ii) (i)の結果を用いて、 $e^{\pi}$  と  $\pi^e$  のどちらが大きいかを判定せよ。
- (iii)  $y = f(x)$  のグラフの  $y \geq 0$  の部分、直線  $x = e$ 、および  $x$  軸で囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

## 工学部数学(選択)

この問題は情報基盤工学科の受験者のみが選択できる。情報基盤工学科の受験者で理科(物理または化学)を受験しない者は、以下の問題すべてを解答すること。

1 1個のさいころを2回続けて投げるとき、出た目を順に  $a$ ,  $b$  で表す。以下の問いに答えよ。

(i)  $\frac{a+b}{a}$  が整数となる場合は何通りか求めよ。

(ii)  $\frac{ab}{a+b}$  が整数となる場合は何通りか求めよ。

(iii)  $\frac{ab}{a+b}$  が有限小数ではない循環小数となる場合は何通りか求めよ。

2  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  において  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  とする。 $a_n = 5^n \cos n\theta$ ,  $b_n = 5^n \sin n\theta$  に関して以下の問いに答えよ。ただし  $n$  を自然数とする。

(i)  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  の値を求めよ。

(ii)  $a_2 + b_2$  の値を求めよ。

(iii)  $a_{n+1}$ ,  $b_{n+1}$  をそれぞれ  $a_n$ ,  $b_n$  を用いて表せ。

2022年度 東北学院大学 数学 解答 (2月1日実施分)  
 全学部型 (工学部・全学科)

【必須問題】

1

(i) (ア)  $\frac{674}{3333}$       (ii) (イ)  $x = -2$       (iii) (ウ)  $y = -x - 1$

2

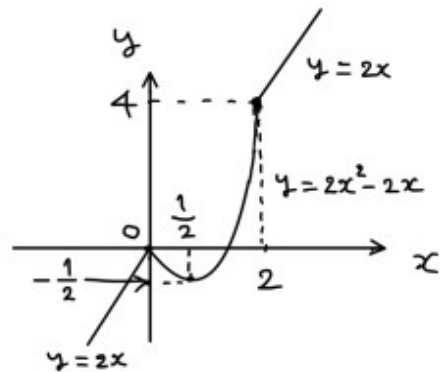
(i)  $a = 0, -\frac{4}{3}$       (ii)  $AM = 2\sqrt{5}$       (iii)  $\cos \angle PMQ = -\frac{3}{5}$

【選択問題】

3

(i)  $f(x) = \begin{cases} 2x & (x \leq 0, 2 \leq x) \\ 2x^2 - 2x & (0 < x < 2) \end{cases}$

グラフは右図



(ii)  $2\sqrt{2} - 2 < m < 2, 2 < m < \frac{5}{2}$

(iii) 求める面積  $S$  は

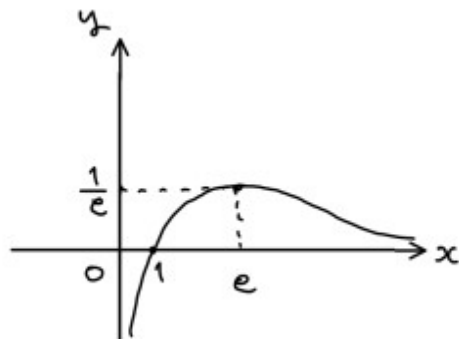
$$S = \int_0^2 \{2x - (2x^2 - 2x)\} dx = -2 \int_0^2 x(x-2) dx$$

$$= -\frac{2(2-0)^3}{6} = \frac{8}{3} \dots (\text{答})$$

4

(i)  $f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$  となるから以下の増減表より, グラフは右下図

$x$	$(0)$	$\dots$	$e$	$\dots$	$\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	$0$



(ii)  $e < 3 < \pi$  より,  $f(e) > f(\pi)$  であるから,

$$\frac{\log e}{e} > \frac{\log \pi}{\pi} \quad \text{よって, } \log e^\pi > \log \pi^e$$

ゆえに, 底  $e > 1$  より,  $e^\pi > \pi^e$

(iii) 求める面積  $S$  は

$$\begin{aligned} S &= \pi \int_1^e \left( \frac{\log x}{x} \right)^2 dx = \pi \left[ -\frac{1}{x} (\log x)^2 \right]_1^e + \pi \int_1^e \frac{2}{x^2} \log x dx \\ &= -\frac{\pi}{e} + \pi \left[ -\frac{2}{x} \log x \right]_1^e + \pi \int_1^e \frac{2}{x^2} dx \\ &= -\frac{3}{e} \pi + \pi \left[ -\frac{2}{x} \right]_1^e = \left( 2 - \frac{5}{e} \right) \pi \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$

#### 講評

必修問題は教科書の例題、章末問題レベルの非常に素直な問題で、普段の勉強を怠りなくやっていたら迷う要素は少ないといえる。選択問題3は3個の共有点をもつ  $m$  の範囲が2つに分かれることに気づきたい。選択問題4は  $t = \log x$  の置換→部分積分という流れがオーソドックスだが、計算に自信のある受験生は、解答のように置換せずにダイレクトに部分積分に持ち込む計算も可能なのでぜひ挑戦してもらいたい。受験対策としては、教科書の例題、章末問題、傍用問題集をすきなく丁寧にやれば十分であろう。

2022年度 東北学院大学 数学 解答 (2月1日実施分)  
工学部情報基盤工学科 (選択)

1

$$(i) \quad 14 \text{通り} \quad (ii) \quad 5 \text{通り} \quad (iii) \quad 16 \text{通り}$$

2

$$(i) \quad \cos \theta = \frac{3}{5}, \sin \theta = \frac{4}{5} \quad (ii) \quad a_2 + b_2 = 17$$

$$(iii) \quad \begin{cases} a_{n+1} = 3a_n - 4b_n \\ b_{n+1} = 4a_n + 3b_n \end{cases}$$

3

$$(i) \quad \cos \beta = -\cos \alpha \quad (ii) \quad \cos \alpha = \frac{1}{2}, \quad AC = 2\sqrt{3}$$

$$(iii) \quad \text{円 } T \text{ の半径 } 2, \quad BD = 2\sqrt{2}$$

**講評**

場合の数は、下手にうまくやろうとせず、表を作成してひたすら数え上げた方がはやすい、思ったより時間もかからない。数えるという基本に立ち戻れる問題ではある。漸化式は加法定理で式をほぐしていけば自然と答えにたどりつける。最後の問題は、センター試験の時代に頻出だった円に内接する四角形に余弦定理を連立するパターン。受験生にはおなじみであろう。これも対策としては、全学部型同様教科書の例題、章末問題、傍用問題集をすきなく丁寧にやれば十分であろう。



