2018年度 東北学院大学 数学 解答速報(2月1日実施分)
全学部型(文・経済・法・教養学部の全学科・全コース)

【必須問題】

1 (i) $\mathrm{AC}=\sqrt{5}$ (ii) $\mathrm{AD}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (iii) $S=\dfrac{3+\sqrt{6}}{2}$

(iv) $R=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

【選択問題】

2 (i) 偽 反例 $a=\sqrt{2}$, $b=1$ (ii) 真

[証明]

$a \neq 0$ のとき

$$a^5=a^3\cdot a^2 \text{ であり, } a^2=\frac{a^5}{a^3}$$

右辺の分子と分母がともに有理数なので, 左辺の a^2 は有理数である.

また, $a^3=a^2\cdot a$ であり, $a=\dfrac{a^3}{a^2}$

右辺の分子と分母がともに有理数なので, 左辺の a は有理数である.

$a=0$ のとき, 命題は成り立つ.

したがって, この命題は真である. (証明終わり)

(iii) 偽 反例 $a=3$, $b=\dfrac{1}{2}$

3 (i) $\sqrt[5]{5}<\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$ (ii) $x=8$, $y=\dfrac{1}{4}$

4　(ⅰ)　$l : y = 2ax - a^2$　　(ⅱ)　$S = \begin{cases} \dfrac{(1-a)^3}{3} & (a<1\text{のとき}) \\ \dfrac{(a-1)^3}{3} & (a>1\text{のとき}) \end{cases}$

(ⅲ)　$a = -2,\ 4$

5　(ⅰ)　180個　　(ⅱ)　343　　(ⅲ)　9075

6　(ⅰ)　$b_1 = \dfrac{1}{4}$,　$b_2 = \dfrac{1}{16}$　　(ⅱ)　$b_n = \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

(ⅲ)　$a_n = \dfrac{2 \cdot 4^n + 1}{4^n - 1}$

講　評

【必須問題】

1．<図形と計量：数学Ⅰ>

基本的な良問である．

（ⅰ）△ABC で余弦定理を使う．

（ⅱ）$\mathrm{AD}=x$ とおいて，△ACD で余弦定理を使う．x の２次方程式を解くことになるが，$x=\mathrm{AD}>0$ に注意して解を絞り込む．

（ⅲ）(四角形 $ABCD$ の面積) ＝ (△ABCの面積)＋(△ACDの面積)であるから，２つの三角形の面積の和を求めればよい．

（ⅳ）円 O は△ABCの外接円であるから，△ABC（あるいは△ACD で）正弦定理を使う．

【選択問題】

2．<集合と命題：数学Ⅰ>

（ⅰ）と（ⅲ）の命題は偽であり，反例を見つけることができる．

（ⅱ）の命題は真であるが，その証明は少し書きにくい．

3．<数（累乗根）の大小，対数方程式：数学Ⅱ>

（ⅰ）３つの数を分数指数で表して，２つの数の大小を２回調べればよい．（６乗, 10 乗などする.）

（ⅱ）まず真数条件をとり，底の変換公式を使って，連立方程式を解く．

4．<微分・積分：数学Ⅱ>

（ⅰ）接線の方程式を求める頻出問題である．

（ⅱ）$a<1$ のときと $a>1$ のときの，２つの場合分けをして面積 S を求める．

（ⅲ）$a<1$ のときと $a>1$ のときで，それぞれ１つずつ a の値がきまる．

5. <場合の数：数学 A>

（ⅰ）同じ数字を繰り返し用いてもよいことに注意しよう．

（ⅱ）百の位が１である整数は 36 個あり，百の位が 2, 3 である整数も同様であるから，355 は 108 番目の数である．あとは書き出して数え上げる．

（ⅲ）100, 101, 102, 103, 104, 105, 200, 201, …, 205, 300, …, 505 の 30 個の数の和を求める．

6. ＜数列：数学 B＞

（ｉ）b_n の式に $n=1,\ 2$ を代入する.

（ⅱ）$b_{n+1}=\dfrac{a_{n+1}-2}{a_{n+1}+1}$ に $a_{n+1}=\dfrac{3a_n+2}{a_n+2}$ を代入して計算すると，公比 $\dfrac{1}{4}$ の等比数列であることがわかる.

(ⅲ)(ⅱ)の答えの式を(ｉ)の式の左辺に代入して計算し，a_n について解く.

【総評】

必須問題は，「図形と計量」からの出題であった.(ｉ)～(ⅳ)まで，受験生の実力がはっきり現れる良問だった.

選択問題は，数学ⅠA，数学ⅡB から万遍なく出題されていて，しかも問題の難易度に差はなかったと思われる.

今回は選択問題に，「2 次関数」,「確率」,「整数の性質」,「三角関数」,「ベクトル」などの出題はなかったが，どの単元も万遍なく学習しておくことが大切である.

受験生は基礎をしっかり固めて，標準レベルの問題演習までやっておきたい.