2019年度　東北大学前期試験　物理解答・解説

【解答】

$\boxed{1}$

問(1)

(a)　棒に沿って円盤の中心から離れる向きを正に座標軸をとると、力のつり合いから、

$$kd_0 - mg\cos\theta = 0 \qquad \therefore \quad d_0 = \frac{mg\cos\theta}{k}$$

(b)　力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgh \qquad \therefore \quad V = \sqrt{2gh}$$

(c)　運動量保存則より

$$2mv_0 = mV \qquad \therefore \quad v_0 = \frac{1}{2}V$$

(d)

$$E = \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot {v_0}^2 + \frac{1}{2}kd^2 - 2mgd\cos\theta$$

$$= m{v_0}^2 + \frac{1}{2}kd^2 - 2kd_0 d \qquad (\because (a)\text{より } kd_0 = mg\cos\theta)$$

(e)　(d)の結果を使って、力学的エネルギー保存の法則より、

$$m{v_0}^2 + \frac{1}{2}k{d_0}^2 - 2kd_0 d = \frac{1}{2}k{d_1}^2 - 2kd_0 d_1$$

$$k{d_1}^2 - 4kd_0 d_1 + 3k{d_0}^2 - 2m{v_0}^2 = 0$$

$\therefore$　$d_1 > 0$　より

$$d_1 = 2d_0 + \sqrt{{d_0}^2 + \frac{2m{v_0}^2}{k}}$$

問(2)

(a)

$$F = -k(x-L) + mx\sin\theta\omega^2\cdot\sin\theta - mg\cos\theta$$

$$= -(k - m\omega^2\sin^2\theta)x + KL - mg\cos\theta$$

(b)

$F = 0$ のとき、$x = x_0$

$$\therefore \quad x_0 = \frac{KL - mg\cos\theta}{k - m\omega^2\sin^2\theta}$$

配点予想

$\boxed{1}$

合計 50 点

問(1) (a)～(e)　　各 5 点
問(2) (a)～(e)　　各 5 点

考え方 ＋ 結果　5 点
考え方のみ　　　3 点
結果のみ　　　　3 点

(c)

$$F=-\left(k-m\omega^2\sin^2\theta\right)x+KL-mg\cos\theta=-\left(k-m\omega^2\sin^2\theta\right)\left(x-x_0\right)\equiv -KX$$

よって、$K>0$のとき、小球は$x=x_0$を振動の中心とした単振動をする。

$$K=k-m\omega^2\sin^2\theta>0 \qquad \omega<\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \therefore \quad \underline{\omega_0=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

(d)

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}=\underline{2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2\sin^2\theta}}}$$

(e)　単振動の周期と回転の周期が一致するので、

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2\sin^2\theta}}=\frac{2\pi}{\omega} \qquad \therefore \quad \underline{\omega=\sqrt{\frac{k}{m(1+\sin^2\theta)}}}$$

$\boxed{2}$

(a) $\Phi = \underline{Bavt}$

(b) ファラデーの電磁誘導の法則により

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bavt) = \underline{-Bav}$$

(c)

$$I = \frac{E}{R} = \underline{-\frac{Bav}{R}}$$

(d) $J = \dfrac{|E|^2}{R} = \underline{\dfrac{(Bav)^2}{R}}$

(e)

$$F = |I|Ba = \underline{\frac{(Ba)^2 v}{R}}$$

問(2)

(a) Q は位置エネルギーの減少分に等しいので、

$$\underline{Q = mgL(1 - \cos\theta)}$$

(b) 糸の張力と、電磁力、重力の 3 力のつり合いを考えると、

$$mg\tan\theta_1 \fallingdotseq mg\theta_1 \fallingdotseq \frac{(Ba)^2 u}{R} \qquad \theta_1 \fallingdotseq \frac{(Ba)^2 u}{mgR}$$

$$\therefore \quad X_1 = L\sin\theta_1 \fallingdotseq L\theta_1 \fallingdotseq \underline{\frac{(Ba)^2 uL}{mgR}}$$

(c) <u>（え）</u>

速さが $1/4$ 倍になると、つり合いの位置も $X_1/4$ となり、この新たなつり合いの位置のまわりの減衰振動になるから

配点予想

$\boxed{2}$

合計 50 点

問(1) (a)～(e)　各 5 点

考え方 ＋ 結果	5 点
考え方のみ	3 点
結果のみ	3 点

問(2) (a), (b)　各 8 点

考え方 ＋ 結果	8 点
考え方のみ	5 点
結果のみ	5 点

問(2) (c)　各 9 点

考え方 ＋ 結果	5 点
考え方のみ	5 点
結果のみ	5 点

$\boxed{3}$

問(1)

(a)

$$\underline{U=\frac{3}{2}RT}$$

(b) 状態方程式から

$$P_0SL=RT \qquad \therefore \qquad \underline{P_0=\frac{RT}{SL}}$$

(c) ピストンのつり合いより

$$P_0S=K_0\Delta x \qquad \therefore \qquad \underline{\Delta x=\frac{RT}{K_0L}}$$

(d) エネルギー保存の法則により

$$\frac{3}{2}RT'=\frac{3}{2}RT+\frac{1}{2}K_0\Delta x^2 \qquad \underline{T'=T+\frac{2K_0\Delta x^2}{3R}}$$

問(2)

(a) 断熱変化のポアソンの式により

$$P_1(SL)^r=P_1'\left(S\cdot\frac{2}{3}L\right)^r \qquad \therefore \qquad \underline{P_1'=\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma}P_1}$$

(b) ボイルシャルルの法則により

$$\frac{P_1SL}{T_1}=\frac{P_1'\left(S\cdot\frac{2}{3}SL\right)}{T_2} \qquad T_2=\frac{\frac{2}{3}P_1'}{P_1}T_1=\frac{\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma}P_1}{P_1}T_1=\underline{\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1}T_1}$$

(c) A の状態方程式

$$P_1'S\cdot\frac{3}{2}L=RT_3 \qquad \underline{\therefore T_3=\frac{3P_1'}{2P_1}T_1=\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma+1}}$$

(d) バネの自然長を L とすると、左右のピストンのつり合いから

$$P_1S=K_1(L_0-L) \quad \dots①$$

$$P'S=K_1\left\{L_0-\left(L-\frac{3}{2}L-\frac{2}{3}L\right)\right\}=K_1\left(L_0-\frac{5}{6}L\right) \quad \dots②$$

①−②

$$(P'-P_1)S=\frac{K_1L}{6}$$

$$\therefore \qquad K_1=6(P'-P_1)\frac{S}{L}=6\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma}-1\right\}\frac{P_1S}{L}=\underline{6\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma}-1\right\}\frac{RT_1}{L^2}}$$

配点予想

$\boxed{3}$

合計 50 点

問(1) (a)～(d)　問(2) (e)　各 5 点
考え方 ＋ 結果　5 点
考え方のみ　3 点
結果のみ　　3 点

問(2) (b)～(d)　各 6 点
考え方 ＋ 結果　6 点
考え方のみ　4 点
結果のみ　　4 点

問(2) (e)　各 7 点
考え方 ＋ 結果　7 点
考え方のみ　4 点
結果のみ　　4 点

(e) $(L_0 - L) = l$ おくと

$$\Delta E = \frac{1}{2}K_1\left(l + \frac{L}{6}\right)^2 - \frac{1}{2}K_1 l^2 = \frac{1}{2}K_1\left(\frac{1}{3}lL + \frac{L^2}{36}\right) = \frac{1}{2}K_1\left(\frac{1}{3}\frac{P_1 S}{K_1}L + \frac{L^2}{36}\right)$$

$$= \frac{1}{2}K_1\left(\frac{1}{3}\frac{RT_1}{K_1 L}L + \frac{L^2}{36}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{RT_1}{3} + \frac{L^2}{36}6\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^\gamma - 1\right\}\frac{RT_1}{L^2}\right] = \underline{\frac{1}{12}\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^\gamma + 1\right\}RT_1}$$

【解説】

$\boxed{1}$ は単振動の典型問題。弾性力、重力、遠心力の合力による単振動で、受験用の問題集では毎度お目にかかる形ではある。ただ、最後の小球の軌跡の問題が少し目新しい問題かもしれない。円運動と単振動の周期が同期していることに気づけば完答可能な問題である。

$\boxed{2}$ は電磁誘導の基本問題で、見慣れない実験装置が登場し焦った受験生もいたかもしれないが、内容はいたって基本的である。落ち着いて解けばこれも完答可能である。

$\boxed{3}$ は熱力学、バネ付きピストンで、エネルギー保存と絡めるこれも定番の問題。難しくはないが、後半の計算が少し多いので、時間的に忙しかったと思われる。

部分的に面倒な問題があったかもしれないが、昨年に続き、易化傾向が続いている。十分に演習を積んだ受験生にとっては取り組みやすかったのではないか。赤本などで過去問題を解いた受験生ならわかると思うが、４、５年前の問題と比べるとかなり解きやすくなっている印象を受ける。来年も同様の傾向が続くとは限らないので、受験生は十分な演習を積んで受験にのぞんでほしい。