2021 年度　東北大学　物理　解答速報

解説

$\boxed{1}$

問(1) (a)　基準からの高さhが、

$$h = R(1-\cos\theta)$$

となるから、

$$U = mgh = mgr(1-\cos\theta)$$

(b)

力学的エネルギー保存法則より、

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta)$$

$v \geq 0$　より、

$$v = \sqrt{{v_0}^2 - 2gR(1-\cos\theta)}$$

(c)

$\theta = \pi$　での小球の速さをv_πとすると、小球は円周上に束縛されているから、力学的エネルギー保存の法則により

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m{v_\pi}^2 + 2mgR$$

$${v_\pi}^2 = {v_0}^2 - 4gR$$

${v_\pi}^2 \geq 0$ より、$v_\pi = v_1 = 2\sqrt{gR}$

問(2)

(a)　リング円周に沿った力は、遠心力と重力の円周方向の成分のみ

$$F = -mg\sin\theta + m(R\sin\theta)\omega^2\cos\theta = -m(g - R\omega^2\cos\theta)\sin\theta$$

(b)

$$F \fallingdotseq -m(g - R\omega^2)\theta$$

$g - R\omega^2 > 0$ となればよいので

$$\omega < \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

(c)

小球の円周に沿った方向の運動方程式は、

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m(g - R\omega^2)\theta = -m(g - R\omega^2)\frac{x}{R} = -m\frac{g - R\omega^2}{R}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g - R\omega^2}{R}x \equiv -\Omega^2 x \quad (\Omega: 角振動数)$$

問(1)～問(3)(a)迄
考え方・計算
各 3 点
結果
各 3 点
3 点×14 = 42 点
問 3(b)記号･3 点
理由･5 点
合計 50 点

$$T=\frac{2\pi}{\Omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{g-R\omega^2}{R}}}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g-R\omega^2}}$$

問(3)

(a)

$$F=-m(g-R\omega^2\cos\theta_0)\sin\theta_0=0$$

$$0<\theta_0<\frac{\pi}{2}\ \text{より}\quad \sin\theta_0\neq 0$$

$$\therefore\quad g-R\omega^2\cos\theta_0=0\qquad \omega=\sqrt{\frac{g}{R\cos\theta_0}}$$

(b)　（う）

理由

$\omega<\omega_0$のときは、復元力が働くから$\theta=\theta_0$を中心とした振動を行う。よって（あ）のようになる。$\omega>\omega_0$のときは、θの増加方向に力が働くため、一方向への周回運動となる。よって（い）のようになる。

以上より、不適切なものは（う）

$\boxed{2}$

問(1)　(a)

電位差V_0の一様な電場だから

$$E=\frac{V_0}{d_1}$$

粒子の運動方程式は、

$$ma=qE$$

、

$$a=\frac{qE}{m}=\frac{qV_0}{md_1}$$

(b)

等加速度運動だから、

$$d_1=\frac{1}{2}a{t_1}^2\qquad\therefore\quad t_1=\sqrt{\frac{2\,d_1}{a}}=\sqrt{\frac{2m}{qV_0}}\,d_1$$

$$v_1=at_1=\frac{qV_0}{md_1}\cdot\sqrt{\frac{2m}{qV_0}}\,d_1=\sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$$

問(1)(a)
考え方・計算　2 点
結果　2 点×2
(b)
考え方・計算　4 点
結果　2 点×2
(c)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
(d)
考え方・計算　4 点
結果　2 点

(c) 力学的エネルギー保存則より

$$0=\frac{1}{2}mv_n{}^2+qn(-V_0) \qquad \therefore\ v_n=\sqrt{\frac{2qnV_0}{m}}=\sqrt{n}v_1$$

(d) 電極版D_{n-1}とD_nの間は等加速度運動であるから、

$$d_n=\frac{v_{n-1}+v_n}{2}t_1=\frac{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}{2}v_1t_1=\frac{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}{2}\sqrt{\frac{2qV_0}{m}}\sqrt{\frac{2m}{qV_0}}\,d_1=\left(\sqrt{n-1}+\sqrt{n}\right)d_1$$

問(2) (a) 正

(b) 力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mu_0{}^2=\frac{1}{2}mu_1{}^2-qV_0 \qquad \therefore\ u_1=\sqrt{u_0{}^2+\frac{2qV_0}{m}}$$

M_1では等速円運動でだから、

$$b_1=\frac{u_1{}^2}{r}=\frac{1}{r}\left(u_0{}^2+\frac{2qV_0}{m}\right)$$

(c) N周目の速さu_Nは、力学的エネルギー保存より、

$$\frac{1}{2}mu_0{}^2=\frac{1}{2}mu_N{}^2-NqV_0 \qquad \therefore\ u_N=\sqrt{u_0{}^2+\frac{2NqV_0}{m}}$$

1 周分の経路長は$2\ell+2\pi r$だから、

$$T_N=\frac{2(\ell+\pi r)}{\sqrt{u_0{}^2+\frac{2NqV_0}{m}}}$$

(d)

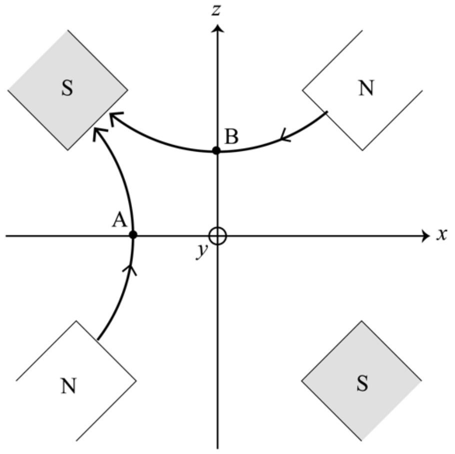
M_1,M_2での運動方程式より、

$$m\frac{u_N{}^2}{r}=qu_NB_N \qquad \therefore\ B_N=\frac{mu_N}{qr}=\frac{m}{qr}\sqrt{u_0{}^2+\frac{2NqV_0}{m}}$$

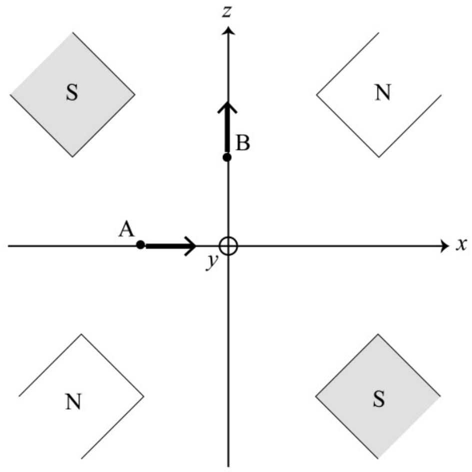
問(2)
(a)向き　2 点
(b)
考え方･計算　4 点
結果　2 点×2
(c)
考え方･計算　4 点
結果　2 点
(d)
考え方･計算　2 点
結果　2 点
問(3)
(a)(b)(c)各 2 点
合計 50 点

問(3)

(a)



(b)



(c)

（イ）

+.

$\boxed{3}$

問(1)　(a) 速さVで1周期の間に1波長分進むから

$$V\cdot\frac{1}{f}=\lambda \qquad \therefore \quad \lambda=\frac{V}{f}$$

(b)　$x=d$で$F=-F_R$より、

$$A\sin\left\{2\pi f\left(t-\frac{d}{v}\right)\right\}=A\sin\left\{2\pi f\left(t+\frac{d-a}{v}\right)\right\}$$

$$-d=d-a \qquad \therefore \quad a=2d$$

(c)

合成波の変位は

$$F+F_R=A\sin\left\{2\pi f\left(t-\frac{d}{v}\right)\right\}-A\sin\left\{2\pi f\left(t+\frac{d-a}{v}\right)\right\}$$

$$=\mathrm{A}\left[\sin\left\{2\pi f\left(t-\frac{d}{v}\right)\right\}-\sin\left\{2\pi f\left(t+\frac{d-a}{v}\right)\right\}\right]$$

$$=2A\sin\left(2\pi f\frac{d-x}{V}\right)\cos\left\{2\pi f\left(t-\frac{d}{V}\right)\right\}$$

であるから、

$$A_s=2A\left|\sin\left(2\pi f\frac{d-x}{V}\right)\right|$$

問(1)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
(b)
考え方・計算　4 点
結果　2 点
(c)
考え方・計算　4 点
結果　2 点
(d)
考え方・計算　2 点
結果　2 点

(d)

定常波の節は半波長ごとに存在するから、

$$d > \frac{\lambda}{2} = \frac{V}{2f} \qquad \therefore \ d > \frac{V}{2f}$$

問(2)　(a) 等速度運動だから

$$x = x_0 + u\Delta t$$

(b)

変位は、$t = t_0 + \Delta t,\ x = x_0 + u\Delta t$ として、

$$F_r' = A\sin\left[2\pi f\left\{(t_0 + \Delta t) - \frac{x_0 + u\Delta t}{V}\right\}\right]$$

(c)

(b)において、引数Δtの係数が、$2\pi f'$である。

$$F_r' = A\sin\left\{2\pi f\left(t_0 - \frac{x_0}{V}\right) + 2\pi f\left(1 - \frac{u}{V}\right)\Delta t\right\}$$

となるから、

$$2\pi f' = 2\pi f\left(1 - \frac{u}{V}\right) \qquad \therefore \ f' = \frac{V-u}{V}f$$

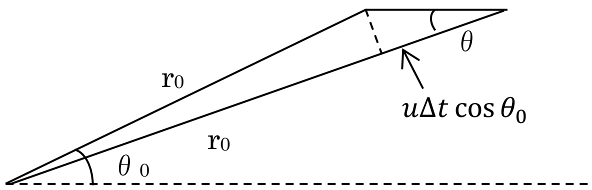
問(3)(a)

余弦定理により、

$$r^2 = {r_0}^2 + (u\Delta t)^2 - 2r_0 u\Delta t\cos(\pi - \theta_0)$$
$$\fallingdotseq {r_0}^2 + 2r_0 u\Delta t\cos\theta_0$$

$$= {r_0}^2\left(1 + \frac{2u\Delta t\cos\theta_0}{r_0}\right)$$

$$r = r_0\left(1 + \frac{2u\Delta t\cos\theta_0}{r_0}\right)^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq r_0\left(1 + \frac{u\Delta t\cos\theta_0}{r_0}\right) = r_0 + u\Delta t\cos\theta_0$$



実は図形的に　$r \fallingdotseq r_0 + u\Delta t\cos\theta_0$ とすぐ出せる。

近似式は織り込み済みで、こういう発想は物理ではよく使う。

問(2)(a)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
(b)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
(c)
考え方・計算　4 点
結果　2 点
問(3)(a)
考え方・計算　4 点
結果　2 点
(b)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
(c)
考え方・計算　2 点
結果　2 点
合計 50 点

(b)

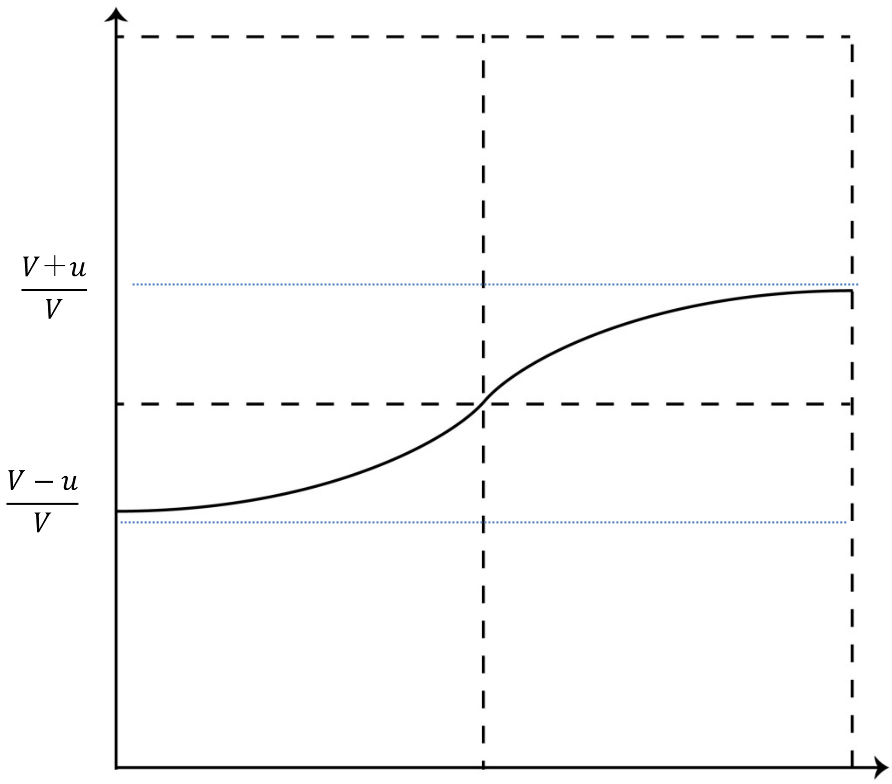
与式に$t = t_0 + \Delta t,\ r = r_0 + u\Delta t\cos\theta_0$

$$F_r' = A\sin\left[2\pi f\left\{(t_0 + \Delta t) - \frac{r_0 + u\Delta t\cos\theta_0}{V}\right\}\right]$$

(c)

$\theta_0 = \theta$　にして、引数のΔtの係数を$2\pi f'$とすると、

$2\pi f' = 2\pi f\left(1 - \frac{u\cos\vartheta}{V}\right)$　　$\therefore\ \ f' = f\left(1 - \frac{u\cos\vartheta}{V}\right)$



講評

高校物理の基本事項への習熟度を計算力・考察力・表現力・判断力とあらゆる型で問う例年通りの出題である。

$\boxed{1}$は東北大学頻出の単振動の問題。これまた東北大学頻出の回転体に拘束された物体の運動であり、条件次第では振動ではなく周回運動になるという問題。近似式のみならず不等号を使った議論が必要で数学的な素養も必要である。

$\boxed{2}$は東北大学頻出の加速器に関する問題。数列的な表現に戸惑った受験生もいたかもしれない。磁束密度を最後まで伏せておくあたり出題の工夫である。

$\boxed{3}$は正弦波の式を使いながらドップラー効果の関係式を導く教育的な問題。三角関数の取り扱いや幾何学的素養も問われている。結果は知っているものの、そこまでどうつなぐか悩んだ受験生も多かったと推測される。

対策としては屈強な基礎力の養成と対策演習に尽きる。評者は半年間週１回だけ養賢ゼミナールの本科生相手に講義したが後期講義で加速器の原理を、テストゼミで回転体に束縛された物体の単振動を、ファイナルゼミで音源と観測者とが一直線上にない場合のドップラー効果をそれぞれ扱っている。適切な指導があれば効果が上がるであろうことも一言添えておこう。